

附录 1:

1. 本文所构建的非规则混频利率期限结构模型的算法估计，具体过程如下：

本文利用卡尔曼滤波的方法提取潜在高频变量 $\{L_t^{(w)} \ S_t^{(w)} \ C_t^{(w)} \ \mathbf{x}_t^{(w)} \ \mathbf{z}_t^{(w)}\}_{t=1}^T$ 时，参照 Schorfheid 和 Song（2015）引入时变矩阵 \mathbf{W}_t ，即 $\mathbf{W}_t \mathbf{z}_{t,S}^{(L)} = \mathbf{W}_t \mathbf{\Pi}(L)_{(S \times SP_t)} \mathbf{z}_{t,SP_t}^{(H)}$ ，使得在低频指标观测点外，低频数据不为状态变量的更新提供信息，而在低频宏观指标观测点， \mathbf{W}_t 取单位矩阵，使得新增的低频真实信息有助于修正状态变量。

需要注意的是，低频指标与潜在高频信息之间的转化关系 $\mathbf{\Pi}_{1 \times p_{t,i}}$ 是非规则时变的，这意味着在预测和更新过程中，转移方程和测量方程的系数矩阵维数也是动态变化的。故在程序中既需要刻画出非规则转化的时变特征，又需保证矩阵维度的一致性以便运算。

因此，本文将测量方程的系数矩阵维度设为 $(N + R + S) \times (3 + R + SP_t)$ ，转移方程的系数矩阵维度设为 $(N + R + SP_t) \times (3 + R + SP_t)$ ，其中 $SP_t = \sum_{i=1}^S \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T$ ，即对于每个低频宏观指标，取其对应的最大的潜在高频指标的个数进行加总。具体过程结合本文构建的非规则混频宏观利率期限结构模型进行说明：

①对于任意一个低频的月度区间，最多有 5 个高频周度潜在观测点，故在设置各矩阵维数时，取 $SP_t = \sum_{i=1}^S \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T = 5$ ；

②引入一个时变参数 \mathbf{P}_t 记录低频指标 i ，在每一个低频区间 t 内潜在高频观测点的个数， $\mathbf{P}_t = [p_{t,1}, \dots, p_{t,i}]$ ，以此刻画不同频率数据之间时变的倍差关系。针对更新过程，当 $p_{t,i} < \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T$ 时，将 $\mathbf{\Pi}_{1 \times \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T}$ 设置为 $\begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{1 \times p_{t,i}} & \mathbf{0}_{1 \times (\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - p_{t,i})} \end{bmatrix}$ ；当 $p_{t,i} = \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T$ 时，将 $\mathbf{\Pi}_{1 \times \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T}$ 设置为 $\begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{1 \times p_{t,i}} \end{bmatrix}$ 。具体的，当低频周期（月度）中有 4 个高频周期（周度）时，即 $p_{t,i} = 4$ 时，将 $\mathbf{\Pi}_{1 \times \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T}$ 矩阵设置为 $[1/4 \ 1/4 \ 1/4 \ 1/4 \ 0]$ 的；当低频周期（月度）中有 5 个高频周期（周度）时，即 $p_{t,i} = 5$ ， $\mathbf{\Pi}_{1 \times \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T}$ 设置为 $[1/5 \ 1/5 \ 1/5 \ 1/5 \ 1/5]$ ；

③针对预测过程，当 $p_{t,i} < \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T$ 时，将 $\mathbf{I}_{\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - 1}$ 设置成以 $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{1 \times (p_{t,i}-1)} & \mathbf{0}_{1 \times (\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - p_{t,i})} \end{bmatrix}$ 为对角元素的对角矩阵；当 $p_{t,i} = \max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T$ 时，将 $\mathbf{I}_{\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - 1}$ 设置成以 $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{1 \times (p_{t,i}-1)} \end{bmatrix}$ 为对角元素的对角矩阵。具体的，当低频周期（月度）中有 4 个高频周期（周度）时，即 $p_{t,i} = 4$ 时，将

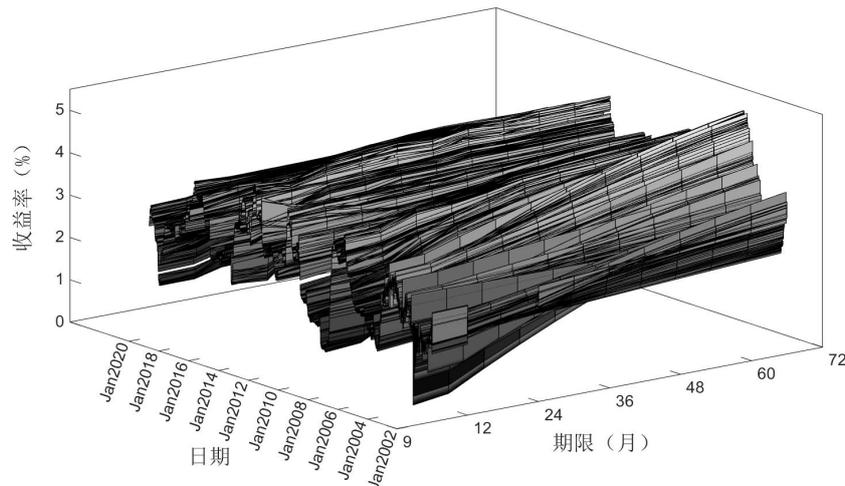
$$\mathbf{I}_{\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - 1} \text{ 设置为 } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{ 当低频周期(月度)中有 5 个高频周期(周度)时, 即 } p_{t,i} = 5,$$

$$\mathbf{I}_{\max\{p_{t,i}\}_{t=1}^T - 1} \text{ 设置为 } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

在提取出状态变量的潜在高频值后，本文采用贝叶斯估计方法估计参数。需要估计的参数有：测量方程系数矩阵 \mathbf{A} 中参数 λ 和方差协方差矩阵 \mathbf{H} 中未知参数 σ^2 ，转移方程的常

数项矩阵 $\mu = [\mu_f, \mu_x, \mu_z]'$ ，系数矩阵 Φ 以及方差协方差矩阵 Ω 。具体实现方法为：①给定所有待估参数，从线性高斯状态空间模型中提取潜在的期限结构因子和高频宏观因子；②假设给定潜在高频变量、 Λ 、 H ，从多维正态-逆威沙特分布 (Multiple Normal Inverse Wishart) 中抽取参数矩阵 μ 、 Φ 、 Ω ；③给定参数 Λ 、 μ 、 Φ 、 Ω 和潜在高频变量，从逆伽马分布 (Inverted Gamma) 中抽取参数 σ^2 ；④特别地， Λ 中衰减指数 λ 为非线性的形式，因此给定潜在高频变量和参数 σ^2 、 μ 、 Φ 、 Ω ，采用随机游走 (Random Walk-Metropolis-Hasting) 算法抽取。

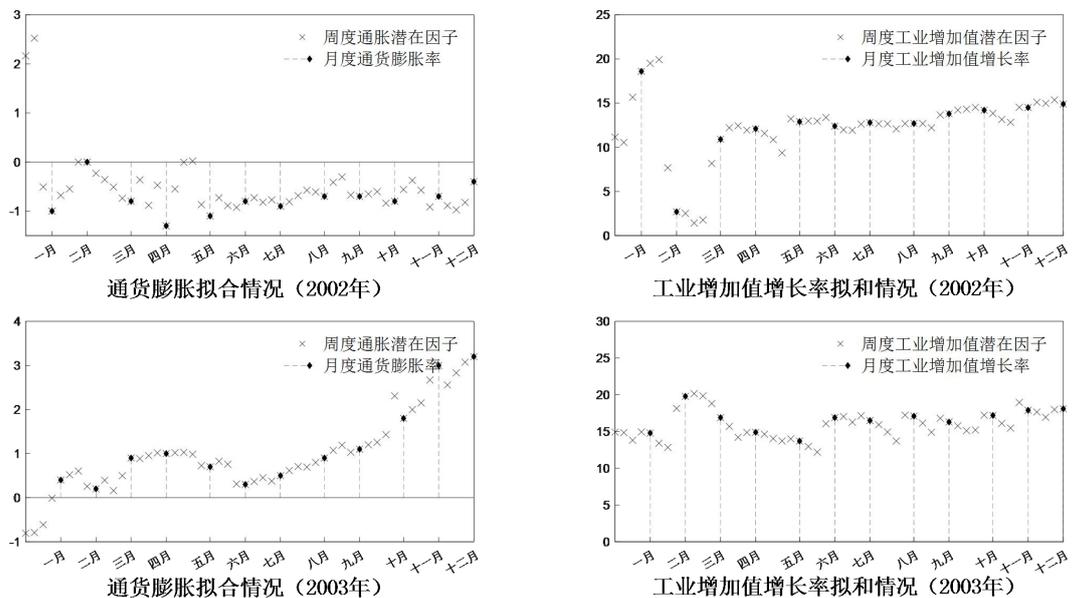
2. 国债利率期限结构图，如下所示：



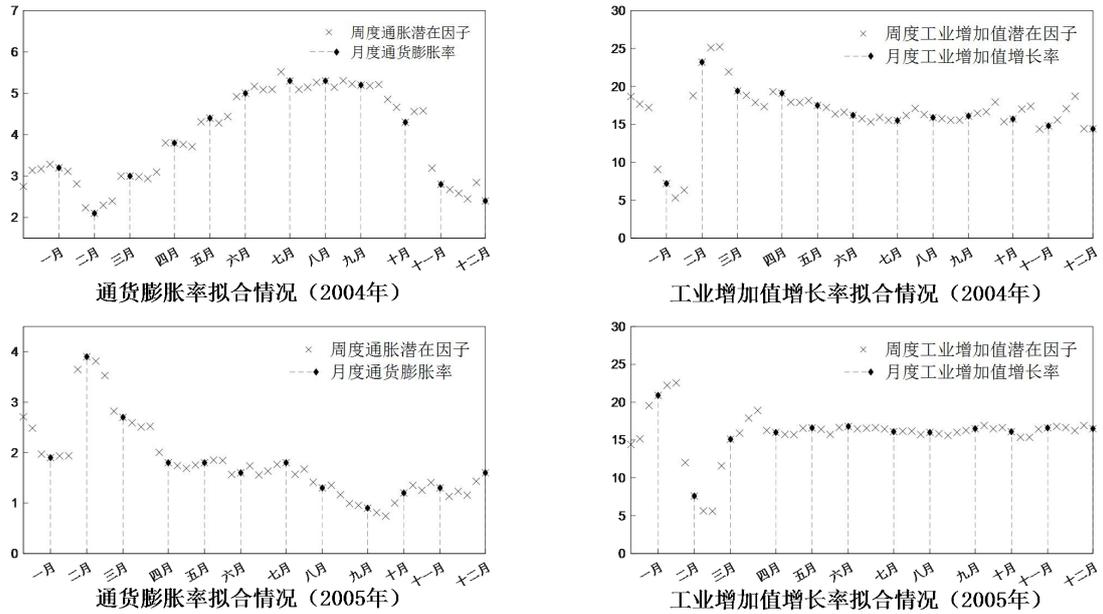
附图 1 国债利率期限结构图

附图 1 描述了国债收益率的期限结构信息，从期限维度看，我国国债收益率曲线整体呈现倾斜向上或平坦的形状；从日期维度看，收益率有波动但整体并没有呈现明显上移或下降态势。

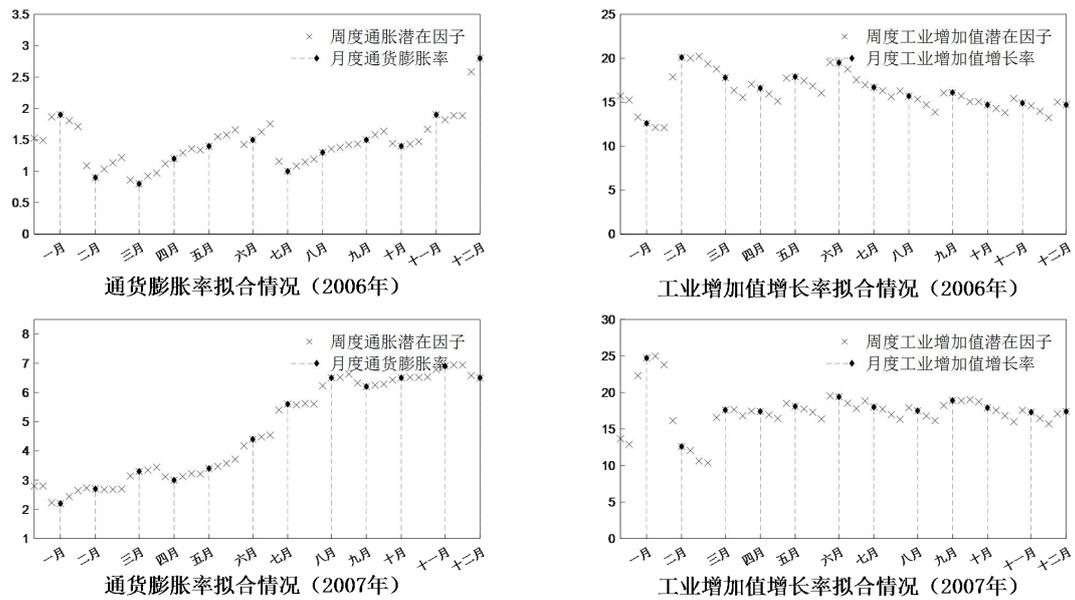
3. 样本期内的其他年度高频宏观因子拟合对照图，如下所示：



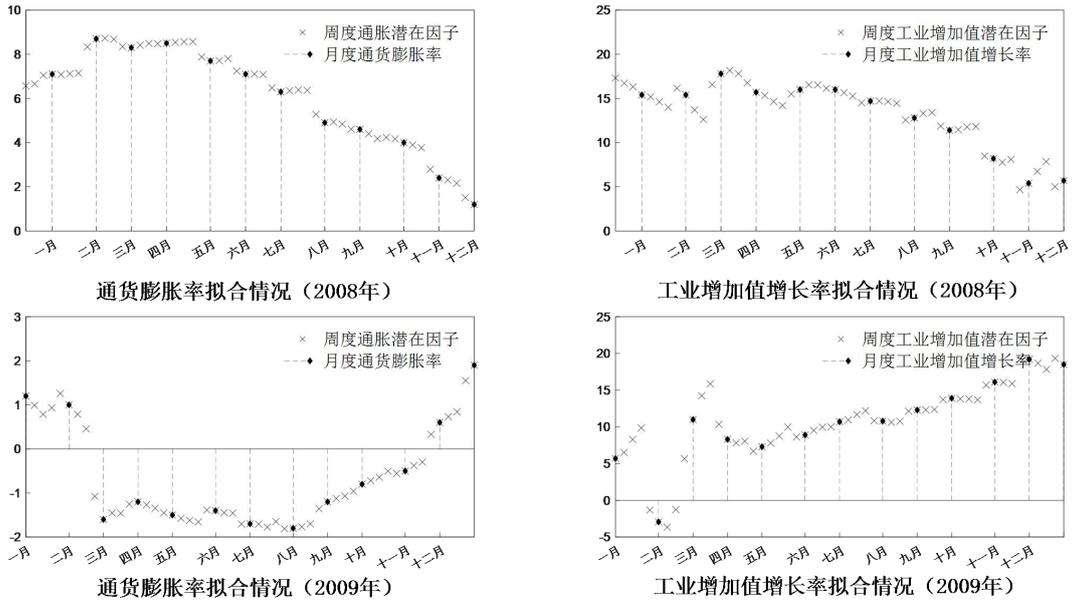
附图2 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2002和2003年）



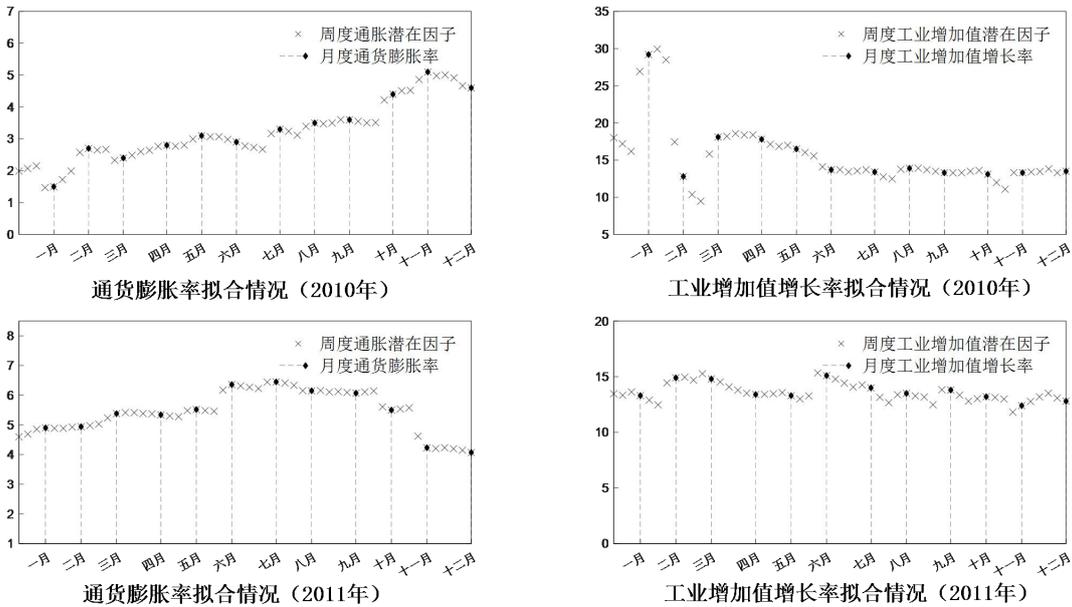
附图3 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2004和2005年）



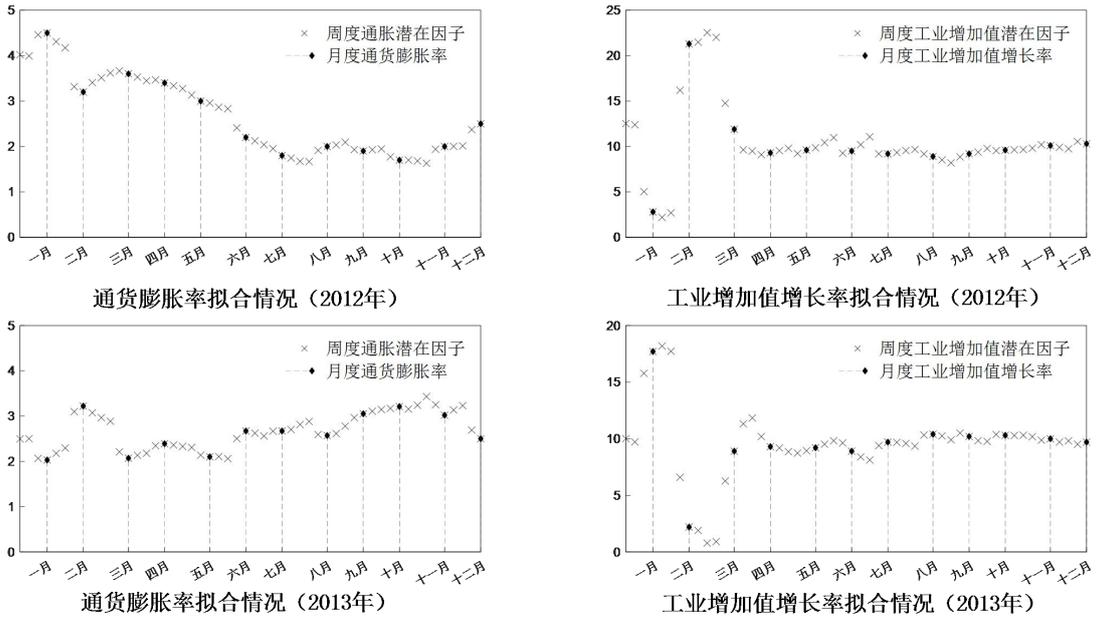
附图4 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2006和2007年）



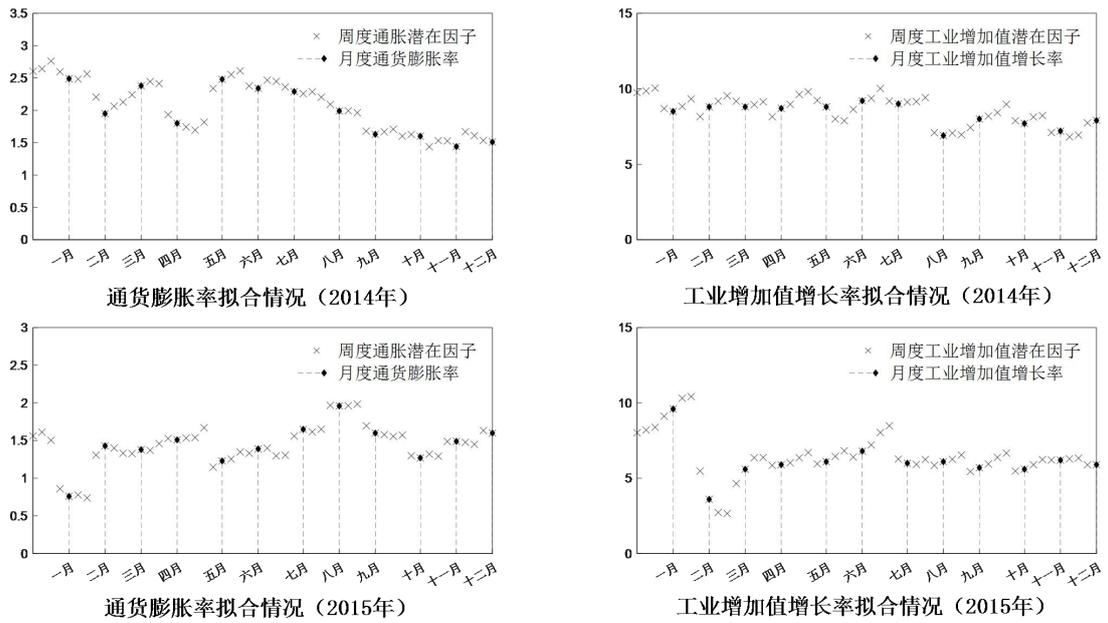
附图5 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2008和2009年）



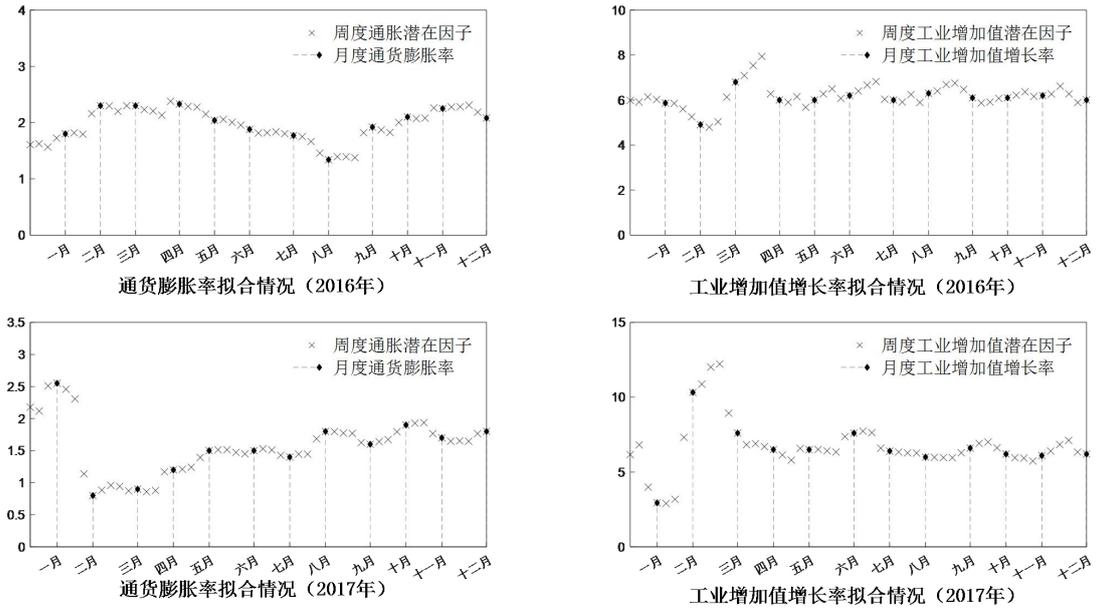
附图6 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2010和2011年）



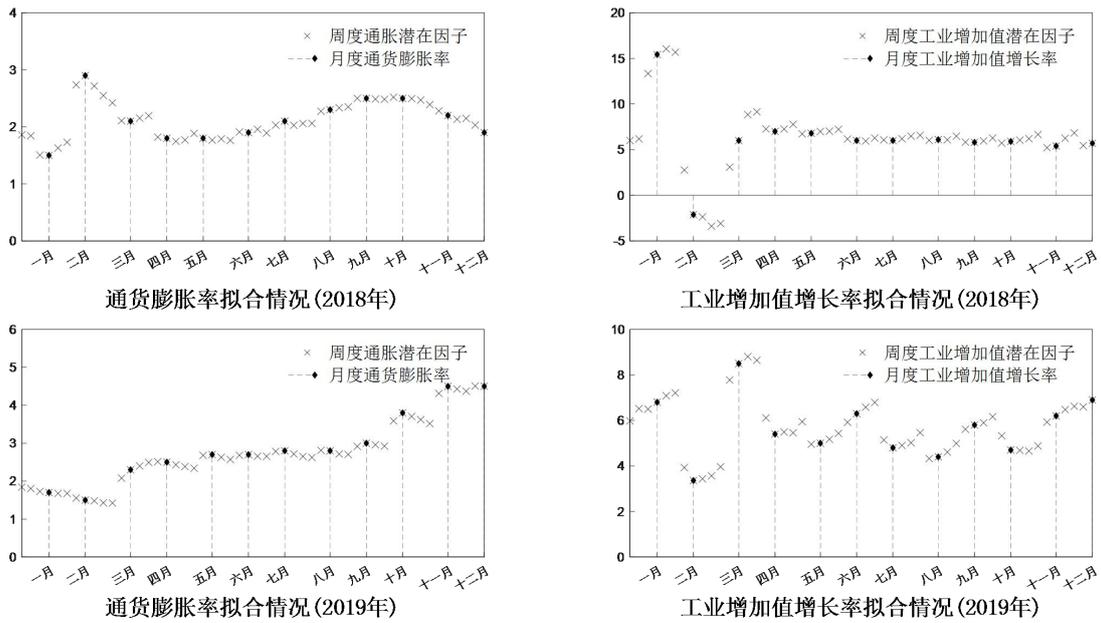
附图7 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2012和2013年）



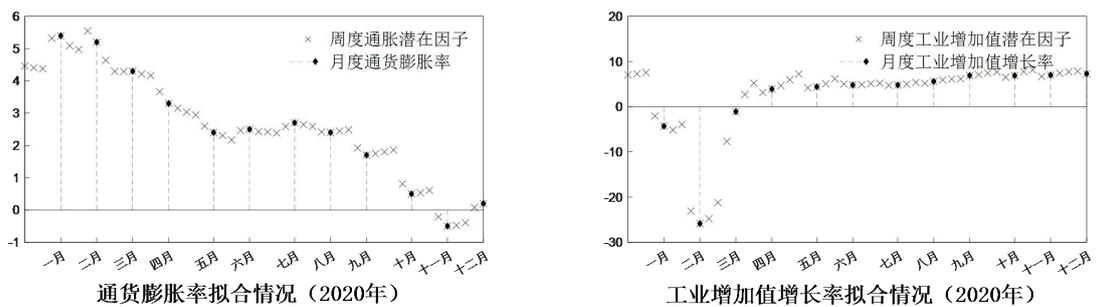
附图8 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2014和2015年）



附图9 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2016和2017年）



附图10 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2018和2019年）



附图11 周度潜在宏观经济指标值与月度实际观测值的对照（2020年）

附录 2:

4. 平均绝对误差和均方根误差的计算公式，如下：

以期限 τ_n 的收益率为例， $y_t(\tau_n)$ 表示实际国债收益率， $\hat{y}_t(\tau_n)$ 表示模型估计的收益率， T 代表时间维度。

$$\text{平均绝对误差: MAE} = T^{-1} \sum_1^T |y_t(\tau_n) - \hat{y}_t(\tau_n)|$$

$$\text{均方根误差: RMSE} = \left(T^{-1} \sum_1^T (y_t(\tau_n) - \hat{y}_t(\tau_n))^2 \right)^{1/2}$$

附录 3:

5. 非规则混频利率期限结构模型，较传统同频模型而言，对样本中国债收益率拟合误差的改善比例和平均改善比例的公式及详细计算过程，如下：

首先，借鉴学者通过计算模型选择正确变量（因子）数量的比例来说明模型准确率，以及通过计算模型拟合或预测误差改善的程度来比较拟合、预测能力的做法，令 N 代表国债期限数量；

- 定义拟合效果改善的相对比例为：

$$\text{拟合改善比例} = \left(\sum_1^N I(\text{拟合误差}_{\text{IR-MF-NS}} < \text{拟合误差}_{\text{B-NS}}) / N \right) \times 100\% \text{ 测度,}$$

- 定义拟合效果的绝对改善程度：

$$\text{拟合改善程度} = (\text{拟合误差}_{\text{B-NS}} - \text{拟合误差}_{\text{IR-MF-NS}}) / \text{拟合误差}_{\text{B-NS}} \times 100\%,$$

- 定义平均拟合效果改善的相对比例为：

$$\text{平均拟合改善比例} = (1/2 \times (\text{改善比例}_{\text{MAE}} + \text{改善比例}_{\text{RMSE}})) \times 100\%。$$

其次，详细计算过程为：

(1) 在未包含新冠疫情期间样本（2002—2019年）

- 以平均绝对误差 MAE 计算改善比例：

对于短期国债曲线，改善比例 = $1/2 \times 100\% = 50\%$ 对于中期国债曲线，改善比例 = $2/4 \times 100\% = 50\%$ ；对于长期国债曲线，改善比例 = $4/5 \times 100\% = 80\%$ ；整体来看，改善比例 = $7/11 \times 100\% \approx 63.64\%$ 。

- 以均方根误差 RMSE 计算改善比例：

对于短期国债曲线，改善比例 = $1/2 \times 100\% = 50\%$ ；对于中期国债曲线，改善比例 = $4/4 \times 100\% = 100\%$ ；对于长期国债曲线，改善比例 = $5/5 \times 100\% = 100\%$ ；整体来看，改善比例 = $10/11 \times 100\% \approx 90.901\%$ 。

- 计算平均改善比例：

短期平均改善比例为 $1/2 \times (1/2 + 1/2) \times 100\% = 50\%$ ；中期平均改善比例为 $1/2 \times (2/4 + 4/4) \times 100\% = 75\%$ ；长期平均改善比例为 $1/2 \times (4/5 + 5/5) \times 100\% = 90\%$ ；整体平均改善比例为 $1/2 \times (7/9 + 10/11) \times 100\% \approx 77.27\%$ 。

(2) 包含新冠疫情期间样本（2002—2020年）

- 以平均绝对误差 MAE 计算改善比例：

对于短期国债曲线，改善比例=1/2×100%=50%；对于中期国债曲线，改善比例=2/4×100%=50%；对于长期国债曲线，改善比例=4/5×100%=80%；整体来看，改善比例=7/11×100%≈63.64%。

- 以均方根误差 RMSE 计算改善比例：

对于短期国债曲线，改善比例=1/2×100%=50%；对于中期国债曲线，改善比例=4/4×100%=100%；对于长期国债曲线，改善比例=5/5×100%=100%；整体来看，改善比例=10/11×100%≈90.901%。

- 计算平均改善比例：

短期平均改善比例为 1/2×(1/2+1/2)×100%=50%，中期平均改善比例为 1/2×(2/4+4/4)×100%=75%，长期平均改善比例为 1/2×(4/5+5/5)×100%=90%，整体平均改善比例为 1/2×(7/9+10/11)×100%≈77.27%。

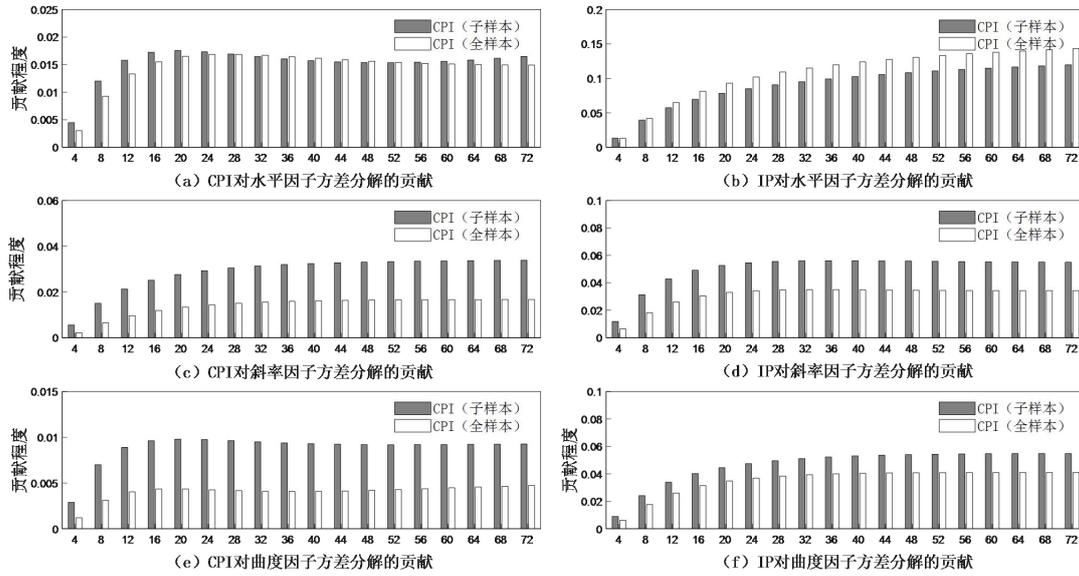
6.非规则混频利率期限结构模型对 2002—2019 年未含新冠疫情期间样本的参数估计结果，以及分样本对比高频期限结构因子和宏观因子之间以及宏观因子对国债收益率方差分解的变化情况，如下所示：

附表 1 非规则混频 Nelson - Siegel 模型参数估计结果（2002—2019 年未含新冠疫情期间样本）

		0.3750		1.4000	
$\lambda(\times 10^{-1})$		[0.36, 0.38]		$\sigma^2(\times 10^{-5})$	
				[1.20, 1.70]	
Φ	L_{t-1}	S_{t-1}	C_{t-1}	CPI_{t-1}^*	IP_{t-1}^*
	0.9744	0.0336	0.0087	-0.0047	0.0079
L_t	[0.95, 0.99]	[0.01, 0.05]	[0, 0.02]	[-0.01, 0.00]	[0.00, 0.01]
	-0.0012	0.9025	0.0094	0.0143	-0.0109
S_t	[-0.05, 0.04]	[0.87, 0.94]	[-0.01, 0.03]	[0.00, 0.03]	[-0.02, 0.00]
	0.0239	-0.0202	0.9382	0.0055	-0.0113
C_t	[-0.03, 0.08]	[-0.06, 0.02]	[0.91, 0.96]	[-0.01, 0.02]	[-0.02, 0.00]
	0.0080	0.0482	0.0457	0.9740	0.0266
CPI_t^*	[-0.03, 0.04]	[0.02, 0.07]	[0.03, 0.06]	[0.96, 0.98]	[0.02, 0.03]
	-0.2204	-0.7842	-0.1897	0.2406	0.7653
IP_t^*	[-0.57, 0.13]	[-0.8, -0.13]	[-0.38, 0]	[0.14, 0.35]	[0.71, 0.80]
Ω	L_t	S_t	C_t	CPI_t^*	IP_t^*
	0.0457	-0.0637	-0.0601	0.0198	-0.1276
L_t	[0.04, 0.05]	[-0.07, -0.06]	[-0.06, -0.05]	[0.01, 0.02]	[-0.21, -0.04]
		0.1243	0.0692	-0.0270	0.2211
S_t		[0.11, 0.13]	[0.07, 0.08]	[-0.04, -0.02]	[-0.08, 0.37]
			0.1593	-0.0210	0.1414
C_t			[-0.15, 0.17]	[-0.03, -0.01]	[-0.02, 0.30]
				0.0625	-0.3104
CPI_t^*				[0.06, 0.07]	[-0.38, -0.25]
					5.9543
IP_t^*					[5.27, 6.88]

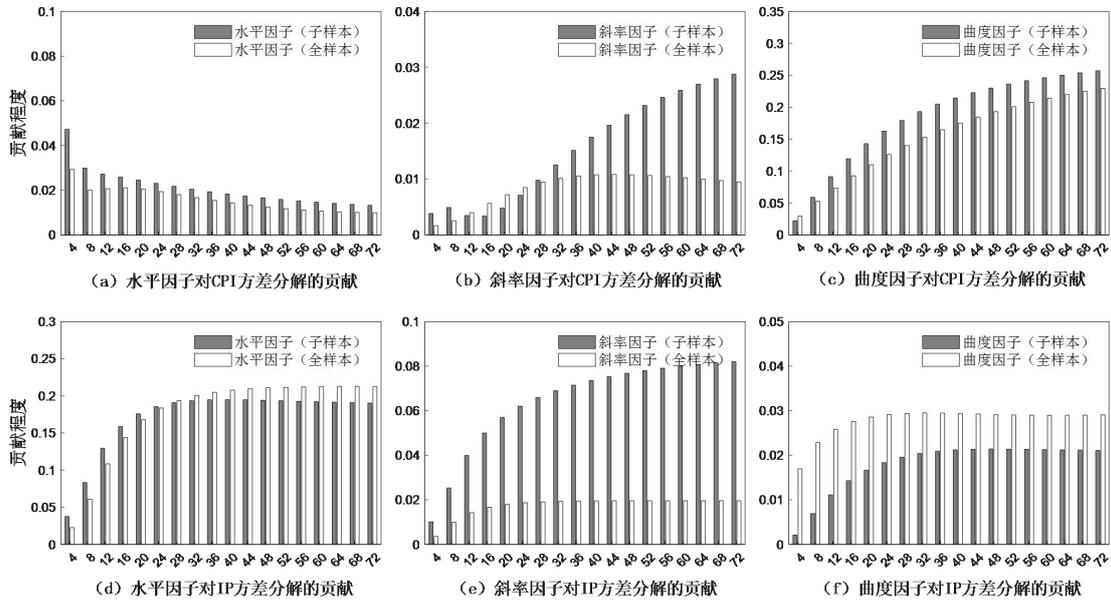
注：本文抽取了 8000 个样本，在抽样结果收敛的前提下，保留了后 6000 个样本计算的参数后验分布；表中估计结果均为

贝叶斯后验分布的中位数，粗体表示参数在5%的水平上显著，括号为95%的置信区间； λ ， σ^2 为测量方程中的待估参数； L_t 、 S_t 、 C_t 分别表示从利率期限结构中提取出的水平、斜率、曲度因子； CPI_t^* 表示潜在的周度通货膨胀率， IP_t^* 表示潜在的周度工业增加值； Ω 表示状态方程中的协方差矩阵；阴影表示该系数较新冠疫情冲击后绝对值更大。

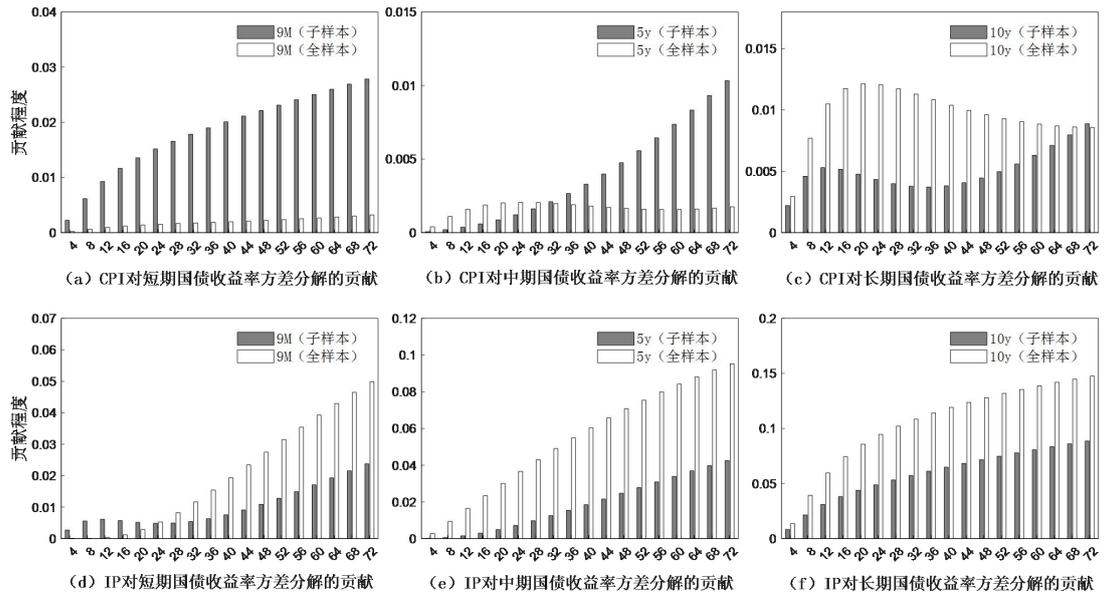


附图 12 分样本对比——宏观指标对利率期限结构因子方差分解贡献

注：横坐标表示预测步长，分别以1周和1个月为单位步长，等距预测72个周和18个月；纵坐标表示对变量方差分解的贡献度；各因子均是由非规则混频宏观 Nelson-Siegel 模型所提取；子样本为2002—2019年未包含新冠疫情期间样本，全样本为2002—2020年包含新冠疫情期间样本。



附图 13 分样本对比——利率期限结构因子对宏观指标方差分解贡献



附图 14 分样本对比——宏观经济指标对国债收益率方差分解贡献